

## ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ЗА АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ПРИ ПОСТОЯННИ ВХОДНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ

Цветелина Симеонова

### APPLICATION OF WOOD STRUCTURES FOR THE ANALYSIS OF LINEAR ELECTRICAL CHAINS AT STANDING INPUT IMPACTS

Tsvetelina Simeonova

**Резюме:** Цел на изследването е разработване на методика използваща дървовидни структури при анализ на линейна електрическа верига с един източник.

Използвана е еднозначната връзка между параметри на елементи и параметри на еквивалентни елементи и съответстващите им електрически величини ток и напрежение при зададено влияние на източника чрез анализ на електрическата схема при дървовидно описание на еквивалентните преобразования.

Получени са следните резултати:

- Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига за определяне на еквивалентното съпротивление (в права посока), както и за определяне на величините (в обратна посока).

- Алгоритъм за определяне на еквивалентно съпротивление, както и алгоритъм за определяне на величините, базиран на еквивалентните преобразования.

В работата са получени следните приноси:

- Предложена е методика за анализ на линейна електрическа верига с един източник, базирана на дървовидна структура.

- Предложено е в обучението на студенти по теоретична електротехника да се използва анализ на електрическа верига при постоянен ток режим, съгласно предложен алгоритъм за прилагане на дървовидните структури, включващ еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.

**Ключови думи:** електрически вериги, анализ на електрическа верига, дървовидни структури, еквивалентни преобразования, режими на работа на електрическа верига.

**Abstract:** The aim of the study is to develop a methodology using tree structures when analyzing a linear electrical circuit with a single source.

The relationship between parameters of elements and parameters of equivalent elements and their corresponding electrical magnitude is used, current and voltage, with a specified source influence by analysis of the electric circuit with a tree description of the equivalent transformations.

The following results were obtained:

- Equivalent tree structure of the electrical circuit for determining the equivalent resistance (in the right direction), and for determining the magnitudes (in the opposite direction).

- An algorithm for determining equivalent resistance, as well as an algorithm for determining the magnitudes based on equivalent transformations.

The work contributes with:

A methodology for analyzing a linear electrical circuit with a single source based on a tree structure is proposed.

Training of students in the area of theoretical electrical engineering to use analysis of DC circuit according to a proposed algorithm for application of tree structures, including an equivalent tree scheme and demo calculations is suggested.

**Keywords:** circuits, circuit analysis, tree structures, equivalent transformations, circuit modes of operation.

## I. ВЪВЕДЕНИЕ

---

**ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ЗА АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ  
ВЕРИГИ ПРИ ПОСТОЯННИ ВХОДНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ**

---

Цветелина Симеонова

---

Адекватното усвояване на основните закони в електротехниката (закон на Ом - за пасивен и активен участък и законите на Кирхоф: първи - за възел и втори - за контур) е основа за правилното и безгрешно прилагане от студентите на съответните еквивалентни преобразувания (условие за еквивалентност на преобразуването е, че токовете и напреженията в непреобразуваната част на веригата трябва да останат непроменени) при различните видове схеми на свързване [1, 2, 3].

Предложен е подход за онагледяване на еквивалентните преобразувания при анализ на електрическа схема (с един източник) базиран на дървовидна структура (структура е система от връзки, правила, отношения и пр., която въвежда порядък в дадено множество от елементи; съществуват два основни типа структури - топологични и метрични) за намиране на частни решения (отнасящи се до конкретна електрическа схема) и проследяващ логическата последователност (в права и обратна посока) в задачите за анализ на линейни електрически вериги (ЕВ) (електрическа верига е съвкупност от устройства за съсредоточено преобразуване, разпределение и пренасяне на електромагнитна енергия или информация чрез посредничеството на електрически ток, при което основните величини на ЕВ са интегралните характеристики на електромагнитното поле - ток и напрежение).

Дървовидните структури моделират йерархични структури и са подмножество на графите (свързан граф без цикли), които са обобщена и доста разпространена структура, позволяваща моделирането и анализа на обширна съвкупност от реални случаи в практиката и използвана за описването на разнообразни взаимовръзки между различни обекти. Теорията на графите е добре развита, използвана е за голям брой задачи от практиката, за които е дадено съответно решение [4, 5]. За дървовидните структури са валидни част от по-важните понятия и дефиниции отнасящи се до графите.

За логическата последователност в права посока ще използваме дървовидни структури за определяне на еквивалентните параметри на ЕВ. За логическата последователност в обратна посока ще използваме дървовидни структури, базирани на сигнален граф. Сигнален граф е графично изображение на причинно-следствените връзки между зависимите и независимите сигнали (в литературата са описани еквивалентни преобразувания на сигналните графи [1]).

При използването на дървовидни структури се отразява топологията на схемата, отчита се свързването (последователно/паралелно) на пасивните елементи спрямо източника в ЕВ. Този подход се отличава с максимална простота и нагледност в сравнение с възможните общи решения, именно поради факта, че дава частни решения (това от друга страна може да се счита като недостатък).

В сравнение, **от една страна**, използването на структурни матрици (средство за трансформиране на топологични структури (изобразени чрез графи) в алгебрични изрази и системи уравнения за анализ на процесите в ЕВ) базирани на схемен граф (схемните (линейни) графи отразяват топологията на ЕВ и биват насочени и ненасочени) при анализ на ЕВ с един източник не е оптималното решение (от гледна точка на студентите), тъй като съществува и подход базиран на еквивалентни преобразувания и закона на Ом, който е значително по-прост за анализ. Недостатък на този подход е необходимостта от въвеждане на определен брой под-схеми, свързани с последователността на преобразуванията в права и обратна посока за определяне на еквивалентното съпротивление и на величините ток и напрежение.

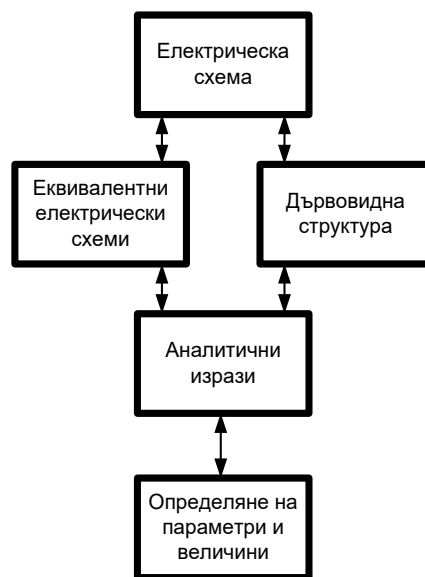
В предложения подход, **от друга страна**, всъщност логическите връзки могат да бъдат описани чрез дървовидна структура, като частен случай за всяка ЕВ, което води до оптимизиране на анализа (една дървовидна схема описва всички етапни преобразувания) и при определени допускания е приложима за анализ както в права, така и в обратна последователност.

При ЕВ с един източник е удобно описването на последователността от връзки с една линейна дървовидна структура, които са връзки между параметър и величини (закон на Ом), както и връзки определени от последователността на начина на свързване. Величините на елементите се определят след еквивалентни преобразувания (на елементите).

Като пример е представен анализ на линейна ЕВ при постоянен ток режим (предложеният подход е приложим и при синусодален и периодичен несинусодален режими при определени условия и допускания) за определяне на величините ток и напрежение (на изводите на пасивните елементи, представени като двуполусници) с използване на еквивалентни съпротивления.

## 1. ЛОГИЧЕСКА ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ НА АНАЛИЗ С ИЗПОЛЗВАНЕТО НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ

Логическа последователност на вариантите за анализ (определяне на еквивалентни параметри и величини), с използването на дървовидни структури или еквивалентни електрически схеми (като част от възможните методи), е показана на фиг. 1.



Фиг. 1. Логическа последователност на вариантите за анализ на ЕВ с един източник.

### Въвеждаме следните ограничения:

- разглеждаме само линейни ЕВ,
- източникът е само един и е независим,
- параметрите са съсредоточени,
- режимът е постоянен ток,
- използваме правила за еквивалентно преобразуване за определяне на еквивалентни параметри и закон на Ом за намиране на търсените величини.

➤ **Постановка на задачата:** Да се направи преобразуване на смесено съединение от пасивни елементи с използване на дървовидна структура и да се направи съответен анализ - определяне на еквивалентни параметри (съпротивления/проводимости) на преобразуваните схемни елементи, като етап при намирането на клоновите токове и

**ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ЗА АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ  
ВЕРИГИ ПРИ ПОСТОЯННИ ВХОДНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ**

Цветелина Симеонова

напряжения на изводите на схемните елементи, разгледани като двуполюсници. Величините в ЕВ са скалярни и са напрежение и ток и са цел на оразмеряването в процеса на анализ на ЕВ.

**Заб.:** Логиката може да бъде използвана и за анализ на ЕВ с повече от един източник, посредством принципа на наслагването, но приложението е свързано със значително усложняване.

**Таблица на съответствие на електрическата схема с модела (дървовидната структура):**

**Дърво** е структура, която се състои от върхове, които са свързани помежду си с ребра. Включените логически елементи описват начина на свързване и съответните зависимости за права или обратна посока.

Всеки схемен елемент участва само веднъж (дървото не поддържа повторения), извършваме еквивалентни преобразувания и намираме междинни еквивалентни елементи, а в резултат и общ еквивалентен елемент. Параметрите на схемните елементи са независими, а параметрите на междинните еквивалентни елементи са зависими от схемните елементи.

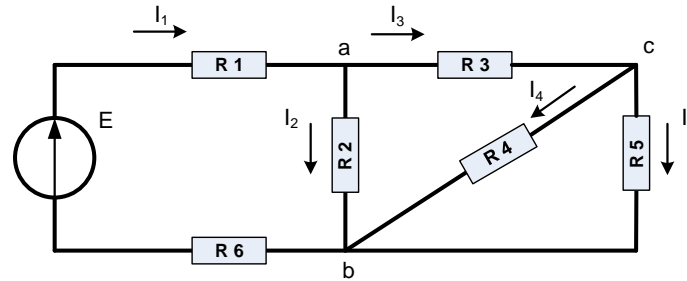
Приети форми за изобразяване	Модел – дървовидна структура	Ел. схема
<b>Окръжност</b>	<b>Врѳх (вѳзел) източник</b>	активен схемен елемент - източник
<b>Елипса</b>	<b>Врѳх (вѳзел) лист</b>	пасивен схемен елемент - резистор
<b>Правоѳгълник</b>	<b>Вѳтрешен врѳх (вѳзел) - всички врѳхове, различни от врѳх източник и врѳх лист.</b>	преобразувания на схемни елементи
<b>Стрелки</b> - стрелките са двупосочни тѳй като в права посока (нагоре) се определят еквивалентни параметри, а в обратна посока (надолу) - величините ток и напрежение, чрез правилата на еквивалентните преобразувания.	<b>Ребра (клонове)</b> - свързват отделните врѳхове (паралелно или последователно) и имат логика на предаване свързана с <b>посока</b> : <b>Правa посока</b> - показва как даден зависим <b>елемент</b> зависи от останалите. Характеризират се с логическа връзка, описана с логически елемент. <b>Обратна посока</b> - показва как дадена <b>величина</b> зависи от останалите. Характеризират се с коефициент на предаване.	свързване на елементите: <b>сериѳно</b> (последователно) или <b>паралелно</b> свързване на схемни елементи
<b>Шестоѳгълник</b>	<b>Логически елемент</b> , отразяващ последователно или паралелно свързване: <b>ИЛИ</b> (събиране) - за <b>параметри</b> ; <b>И</b> (умножаване) - за <b>величини</b>	-

**Схемният елемент** разглеждан като двуполюсник има параметър и по отношение на него и влиянието на източника се определят съответните величини. Схемните елементи се номерират от 1 до  $M_i$  (при последователно (сериѳно) свързване) или от 1 до  $M_p$  (при паралелно свързване), където  $i$  е номер на нивото.

**Нива** на дървовидната структура – характеризират последователността на преобразованията в схемата (нивата са например от 0 до N).

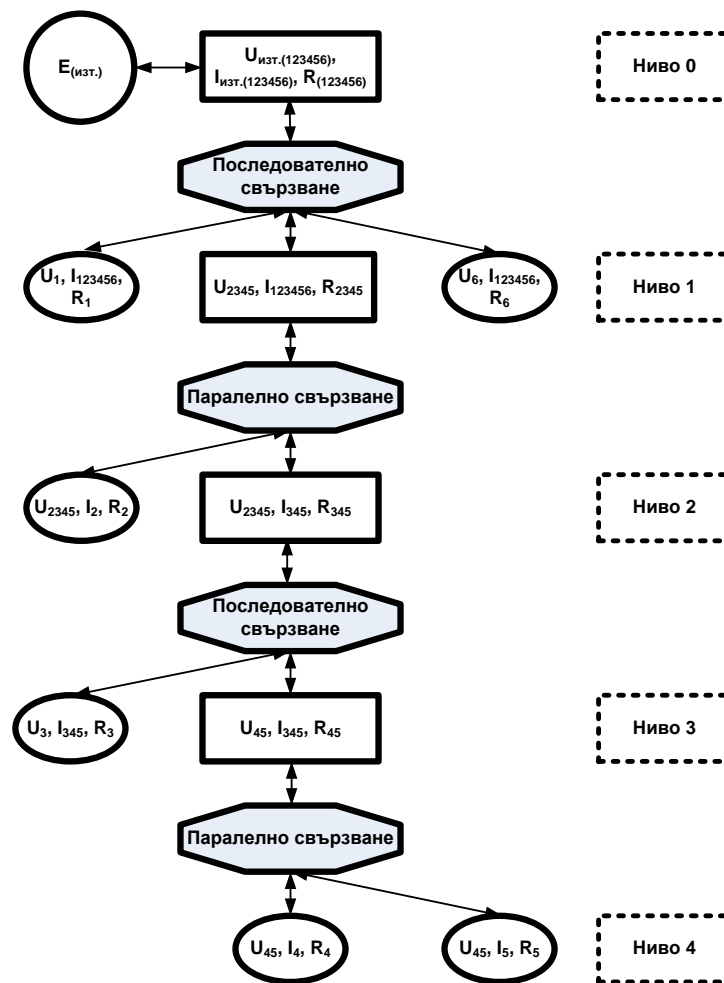
Върховете и описанието на клонове в дървовидната структура в зависимост от правата или обратна посока имат смисъл на параметри на елементи или на величини в схемата, като структурата не се променя.

Структурата на примерна ЕВ е показана на фиг. 2, а еквивалентна дървовидна структура на същата ЕВ е показана на фиг. 3.

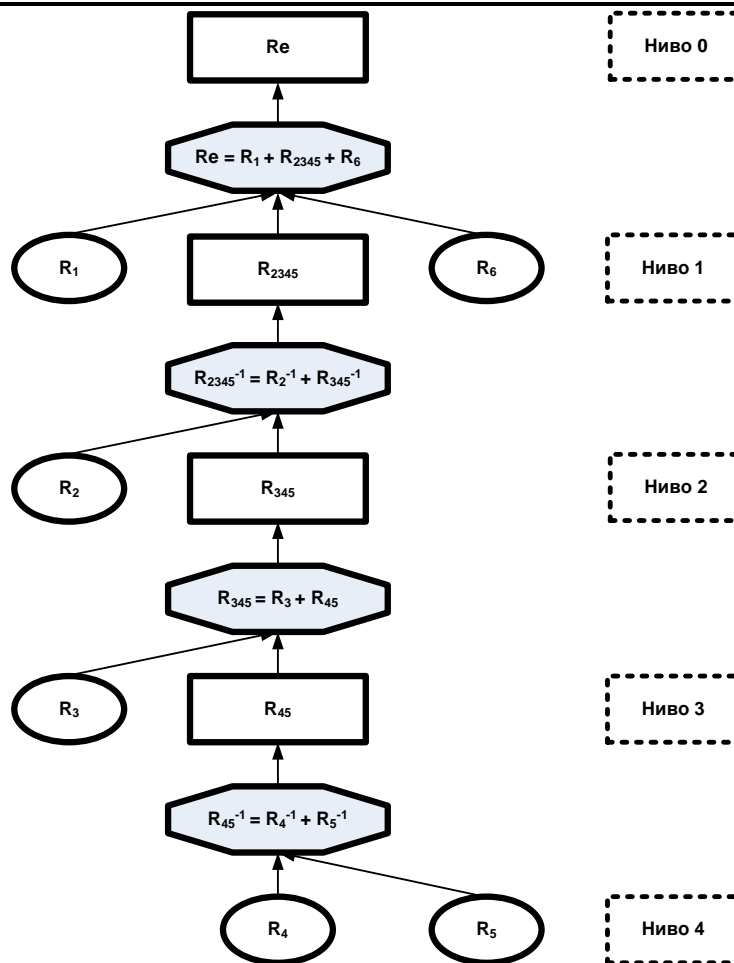


Фиг. 2. Структура на примерна електрическа верига.

За нагледност - чрез съответстващи на фиг. 3 подсхеми, разграничаваме определянето: на **параметри** (права посока - нагоре) – фиг. 4 и на **величини** (обратна посока - надолу) – фиг. 5.



Фиг. 3. Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига.



Фиг. 4. Еквивалентна дървовидна структура за определяне на еквивалентното съпротивление (права посока - нагоре).

### Правила, елементи и последователност на преобразуването

При анализ **в права посока** са известни параметрите на елементите, начина на свързване и въздействието на източника. Чрез последователни еквивалентни преобразувания на елементите (при неизвестни величини) ние постепенно елиминираме върхове и получаваме краен еквивалентен елемент (еквивалентен вътрешен връх) - със съответен еквивалентен параметър.

При анализ **в обратна посока** са известни параметрите на елементите, начина на свързване, въздействието на източника, както и получените стойности на параметрите на всички еквивалентни елементи, получени при анализа в права посока.

При известно входно въздействие и последователност от еквивалентни и схемни елементи, по обратен път намираме всички търсени величини на схемните елементи. Коефициентите на предаване (връзките) са определените и схемните параметри.

## 2. АНАЛИЗ ПО ДЪРВОВИДНА СТРУКТУРА

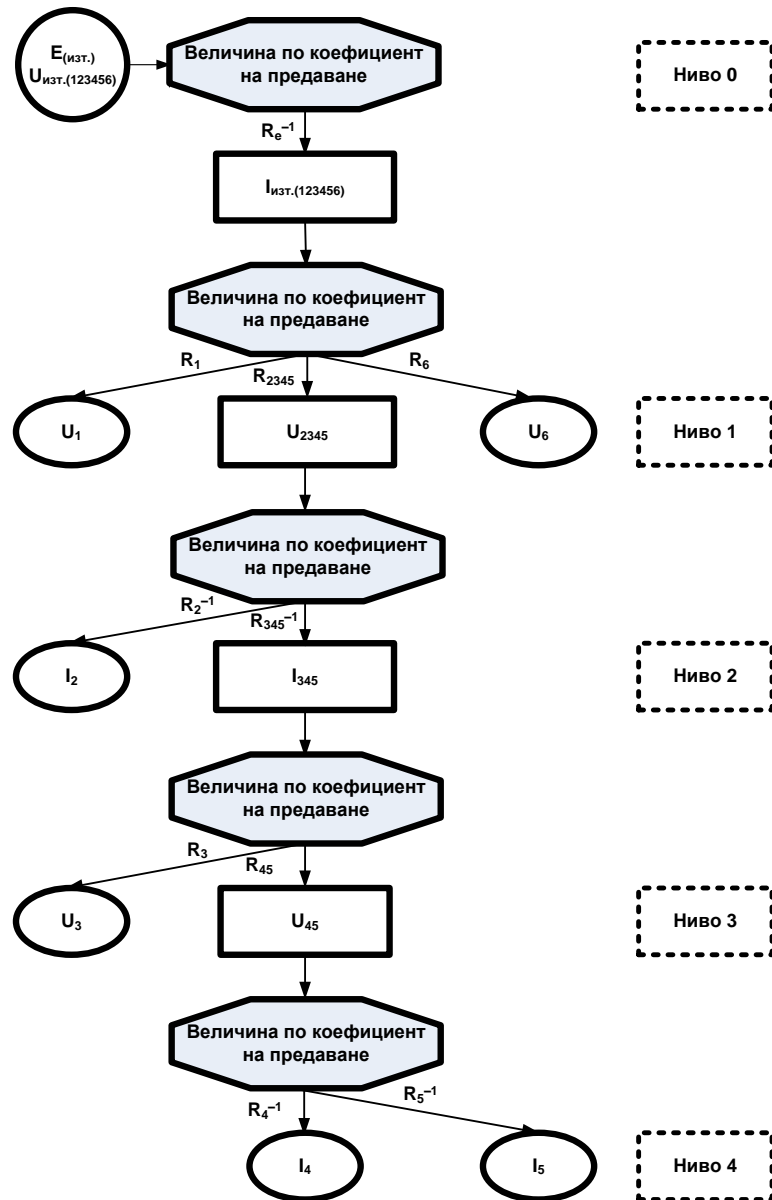
### 2.1. Анализ по дървовидна структура за определяне на еквивалентно съпротивление

Анализът за определяне на еквивалентното съпротивление/проводимост се извършва в посока нагоре (фиг. 4).

Използваме известното съотношение между параметрите съпротивление и проводимост на един резистивен елемент:

$$(1) G = \frac{1}{R},$$

където  $R$  е съпротивлението, а  $G$  е проводимостта на съответния резистор.



Фиг. 5. Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига за определяне на величините (обратна посока - надолу).

**Правилата на еквивалентното преобразуване са изведени в [1, 2, 3] и най-общо са:**

➤ При паралелно съединение на елементи се събират проводимостите им (и се получава еквивалентната им проводимост), тъй като напреженията на изводите на двуполусниците са едни и същи.

➤ При последователно съединение на елементи се събират съпротивленията им (и се получава еквивалентното им съпротивление), тъй като токовете през двуполусниците са едни и същи.

Въведените 5 нива на дървовидната структура (на нулево ниво е източника) характеризират последователността на преобразованията в схемата.

На ниво 4 (елементите са свързани паралелно) - за преход до ниво 3 (където участва намерения еквивалентен параметър):

$$(2) G_{45} = G_4 + G_5$$

или

$$(3) R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$$

На ниво 3 (елементите са свързани последователно) - за преход до ниво 2 (където участва намерения еквивалентен параметър):

$$(4) R_{345} = R_3 + R_{45}$$

На ниво 2 (елементите са свързани паралелно) - за преход до ниво 1 (където участва намерения еквивалентен параметър):

$$(5) G_{2345} = G_2 + G_{345}$$

или

$$(6) R_{2345} = \frac{R_2 R_{345}}{R_2 + R_{345}}$$

На ниво 1 (елементите са свързани последователно) - за преход до ниво 0:

$$(7) R_e = R_1 + R_{2345} + R_6$$

## 2.2. Анализ по дървовидна структура за определяне на величините ток и напрежение

При анализ по дървовидна структура за определяне на величините ток и напрежение използваме закона на Ом и въведената дървовидна структура.

При паралелно съединение - напреженията на изводите на двуполусниците са едни и същи, а при последователно съединение - токовете през двуполусниците са едни и същи.

На ниво 0 (имаме източник на напрежение и еквивалентен резистивен елемент) се определя токът на база на закона на Ом.

$$(8) I_{123456} = \frac{E}{R_g}$$

На ниво 1 на дървовидната структура токът (през последователно свързаните елементи) е един и същ, а напреженията са различни, извършва се тяхното определяне. Използваме правилото за еквивалентни преобразувания на пасивни участъци (преобразуването не трябва да води до преразпределение на токовете и напреженията в непроменената част от ЕВ). От горното и от закона на Ом следва, че за

$$(9) U_{2345} = R_{2345} \cdot I_{123456},$$

по аналогичен начин определяме напрежението на изводите на първия и шестия схемен елемент.

Преминаваме на по-долно ниво 2 на дървото за да определим съответните токове при едно и също напрежение:

$$(10) I_2 = \frac{U_{2345}}{R_2}$$

и

$$(11) I_{345} = \frac{U_{2345}}{R_{345}}$$

На ниво 3: елементите са свързани последователно и използвайки, че токът е един и същ, намираме

$$(12) U_{45} = R_{45} \cdot I_{345}.$$

По аналогичен начин се определя напрежението на третия елемент.



На ниво 4 за определянето на  $I_4$  и  $I_5$  използваме, че напрежението е едно и също:

$$(13) I_4 = \frac{U_{45}}{R_4}$$

и

$$(14) I_5 = \frac{U_{45}}{R_5}$$

Дадените правила на дървовидните структури свързани с анализ на ЕВ показват основното им предназначение да трансформират топологичните структури до дървовидни структури отразяващи алгебричната (алгоритмичната) последователност.

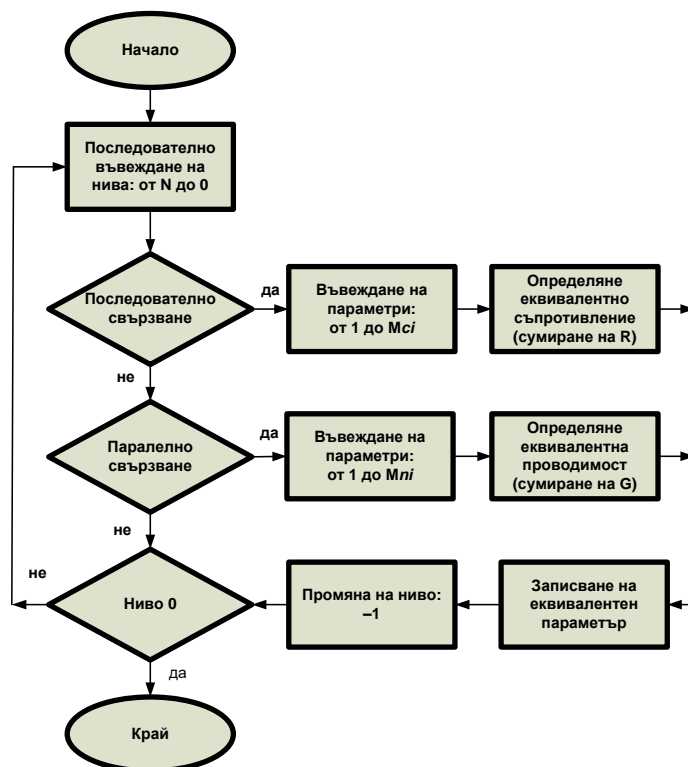
### 3. АЛГОРИТМИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ЧРЕЗ ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ

Анализът на електрическата схема чрез дървовидно описание на преобразуванията дава еднозначна връзка между елементи и еквивалентни елементи и съответните им електрически величини (ток и напрежение). Дървовидните структури имат голяма роля в разработването на алгоритми и за тях са разработени много съответстващи структури и методи.

Описани са алгоритми (с използване на дървовидна структура) проследяващи логиката за определяне на еквивалентно съпротивление (фиг. 6), както и на търсените величини (фиг. 7). При свързване на схемни елементи, различно от последователно или паралелно, в алгоритмите е предвиден изход, означаващ, че задачата не може да се реши по описания начин. За всеки вид свързване на схемни елементи са предвидени съответни формули, показани в т. 2.

#### 3.1. Алгоритъм за определяне на еквивалентно съпротивление ( $R_e$ )

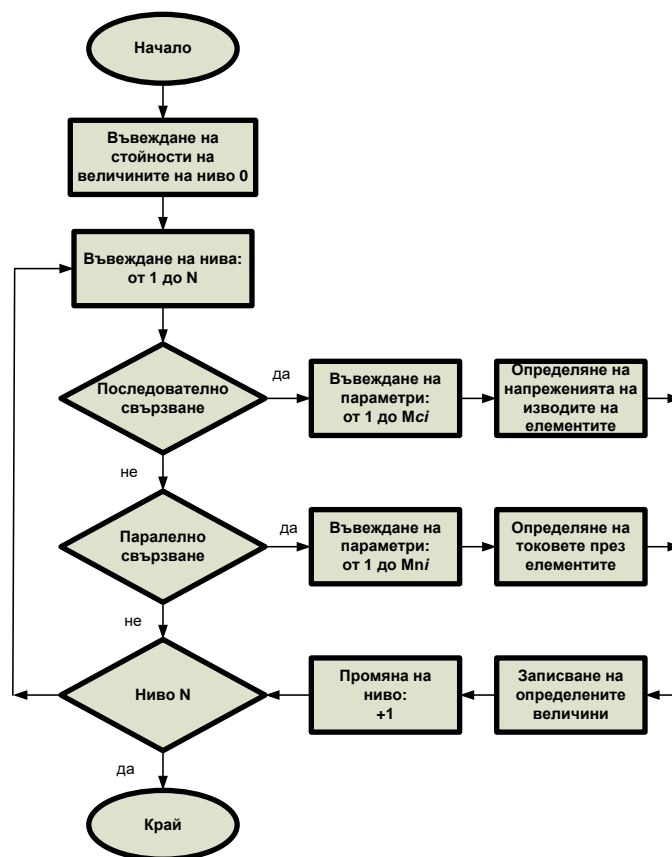
На фиг.6 е представен алгоритъм за определяне на  $R_e$ .



Фиг. 6. Алгоритъм за определяне на  $R_e$ .

### 3.2. Алгоритъм за намиране на величините.

На фиг.7 е показан алгоритъм за определяне на величините, базиран на еквивалентните преобразувания.



Фиг. 7. Алгоритъм за определяне на величините, базиран на еквивалентните преобразувания.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена е методика за анализ на линейна ЕВ с един източник, базирана на използването на дървовидна структура. Дадено е сравнение на тази методика и други съществуващи методи. Предимствата на предложения подход са: нагледност, ясни връзки, една дървовидна схема. Анализът на електрическата схема чрез дървовидно описание на еквивалентните преобразувания дава еднозначна връзка между параметри на елементи и параметри на еквивалентни елементи и съответстващите им електрически величини ток и напрежение при зададено влияние на източника [6, 7].

Показан е пример за анализ на ЕВ при постояннотоков режим, съгласно предложен алгоритъм, за прилагане на дървовидните структури в обучението на студенти по теоретична електротехника, включващ еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.

### ЛИТЕРАТУРНИ ИЗТОЧНИЦИ:

- [1] ЧЕРНЕВА, Галина Петкова. *Теоретична електротехника, Ч.1*. София : Висше транспортно училище „Т. Каблешков“, 2011. ISBN 978-954-12-0195-4. ; Чернева Г. *Teoretichna elektrotehnika. ch.1*, Sofia: VTU „T. Kableshkov“, 2011.
- [2] АСЕНОВА, Ирина, Данаил ДАНАИЛОВ и Галина ЧЕРНЕВА. *Методично ръководство за решаване на задачи и подготовка на курсови работи по Теоретична електротехника, Ч. 1*. София: Висше транспортно училище „Т. Каблешков“, 2013.; Asenova I., D. Danailov, G. Cherneva. *Metodichno rakovodstvo za reshavane na zadachi i podgotovka na kursovi raboti po Teoretichna elektrotehnika. ch.1*, Sofia: VTU „T. Kableshkov“, 2013.

- [3] ФАРХИ, Самуил Л. и Сава П. ПАПАЗОВ. *Теоретична електротехника, Ч. 1*. София: Техника, 1986.; Farhi S., S. Papazov. *Teoretichna elektrotehnika*. ch.1, Sofia: Tehnika, 1987.
- [4] RAMESH M., Patelia, Shilpan D. VYAS, Parina S. VYAS and Nayan PATEL. Basic Tree Terminologies, their Representation and Applications. *International Journal of Computer Science and Information Technologies* [online]. 2015, vol. 6(1), pp. 384-387 [viewed 20 February 2018]. ISSN 0975-9646. Available from: <http://www.ijcsit.com>
- [5] JAKOBS, Christine, Peter TRÖGER and Matthias WERNER. Configurable Fault Trees. In: *Software Engineering for Resilient Systems. 8th International Workshop, SERENE 2016, Gothenburg, Sweden, September 5-6, 2016, Proceedings* [online]. 2016, pp. 13-27 [viewed 20 February 2018]. SpringerLink. ISBN 978-3-319-45891-5. Available from: <https://link.springer.com/>
- [6] СИМЕОНОВА, Цв., Алекс ВЕЛКОВ. Приложение на дървовидни структури за анализ на електрическата верига при синусоидален и периодичен несинусоидален режим на работа. *Годишник Телекомуникации* [online]. 2018, том 5, стр. 93-107. eISSN 2534-854X. Available from: <https://telecommunications.nbu.bg/bg/godishnik-telekomunikacii>.; Simeonova Tsvetelina, Alex Velkov. Application of tree structures for the analysis of the electrical chain in a sinusoidal and periodical non-sinusoidal mode of work. *Yearbook Telecommunication* [online]. 2018, vol. 5, pp. 93-107. eISSN 2534-854X.
- [7] СИМЕОНОВА, Цв. Приложение на дървовидни структури за анализ на електростатични вериги при схеми с един източник. *Годишник Телекомуникации* [online]. 2018, том 5, стр. 135-144. eISSN 2534-854X. Available from: <https://telecommunications.nbu.bg/bg/godishnik-telekomunikacii>.; Simeonova Tsvetelina Application of tree structures for the analysis of electrostatic chains in equipment with one source. *Yearbook Telecommunication* [online]. 2018, vol. 5, pp. 135-144. eISSN 2534-854X.

**Информация за автора:**

Ас. д-р инж. Цветелина Богданова Симеонова, Катедра СОТС, ВТУ "Т. Каблешков", ул. "Гео Милев 158", Тел.: 02 9709240, e-mail: [ts.b.simeonova@abv.bg](mailto:ts.b.simeonova@abv.bg)

**Contacts:**

Assist. Prof. Tsvetelina Simeonova, PhD, Department Communication and security equipment and systems, University of Transport "T. Kableshkov", Sofia, 158 Geo Milev St., Tel.: 359 2 9709240, e-mail: [ts.b.simeonova@abv.bg](mailto:ts.b.simeonova@abv.bg)

Дата на постъпване на ръкописа (Date of receipt of the manuscript): 03.04.2018

Дата на приемане за публикуване (Date of adoption for publication): 11.09.2018